


BAB 1



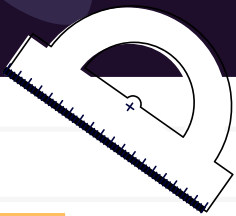
Bilangan Berpangkat



Tujuan Pembelajaran

- 
1. Menjelaskan bilangan berpangkat bulat dengan memberikan contoh yang sesuai.
 2. Menganalisis sifat-sifat bilangan berpangkat bulat berdasarkan aturan yang berlaku.
 3. Menerapkan operasi bilangan berpangkat bulat dalam bentuk penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian.
 4. Menentukan bentuk baku bilangan dengan menggunakan aturan notasi ilmiah.
 5. Mengevaluasi konsep bilangan bentuk akar dengan memberikan contoh yang tepat.



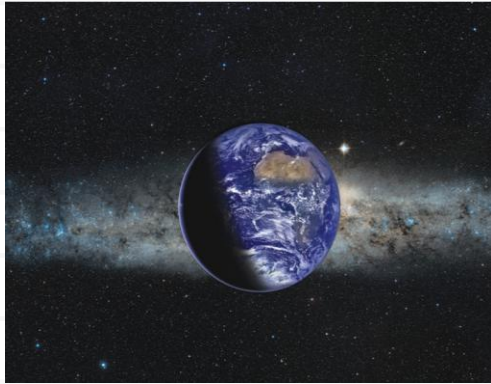


Tujuan Pembelajaran

6. Menggunakan operasi bilangan bentuk akar melalui perhitungan yang sistematis.
7. Menunjukkan penyebut bentuk akar dengan metode yang sesuai.
8. Memecahkan masalah kontekstual terkait bilangan berpangkat bulat dan bentuk akar dengan menerapkan konsep yang telah dipelajari.



Observasi



Pernahkah kamu membayangkan, di alam semesta yang dapat diamati, terdapat sekitar 2 triliun galaksi.

Setiap galaksi diperkirakan memiliki 100 miliar bintang, termasuk Galaksi Bimasakti, tempat tata surya berada. Oleh karena jumlahnya sangat besar dan sulit dituliskan dengan angka biasa, diperlukan cara yang lebih sederhana dan efisien untuk menuliskannya, yaitu menggunakan bentuk bilangan berpangkat.

Zona Logika

Berdasarkan informasi di atas, diskusikan pertanyaan berikut.

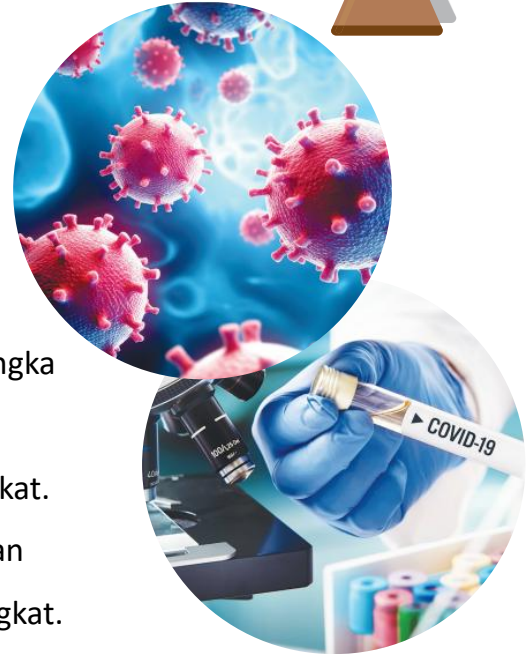
- Tuliskan jumlah bintang di alam semesta.
- Berapa banyak angka nol di belakang angka 2 dalam hasil perhitungan jumlah bintang di alam semesta?
- Apa yang dapat kamu simpulkan dari dua pertanyaan sebelumnya? Jelaskan.

A. Bilangan Berpangkat Bulat

Pertanyaan Pemantik

Pada tahun 2020 dan 2021, dunia dikejutkan dengan wabah Covid-19 yang disebabkan oleh virus corona (SARS-CoV-2). Tingkat kematian dari penularan virus ini sangat tinggi. WHO mencatat kematian akibat infeksi virus ini mencapai 14,9 juta jiwa di seluruh dunia.

- Ayo, tuliskan kembali jumlah kematian tersebut dengan menjabarkan angkanya.
- Suatu bilangan yang besar dapat ditulis dalam bentuk bilangan berpangkat. Contohnya, 1.000.000 dapat ditulis menjadi 10^6 . Sekarang, coba tuliskan jumlah kematian akibat wabah Covid-19 dalam bentuk bilangan berpangkat.



A. Bilangan Berpangkat Bulat

1. Tinjauan Kontekstual

Misalkan dalam satu jam, ameba (hewan bersel satu) berkembang biak menjadi dua dengan cara membelah diri. Apakah kamu dapat memperkirakan lama waktu yang diperlukan oleh ameba tersebut untuk berkembang biak sehingga jumlahnya mencapai 100 ameba?

Berdasarkan tabel di samping, perhatikan bahwa banyak ameba tersebut adalah sebagai berikut.







Awal = 1

Hingga akhir jam ke-1 = 2 = 2 → ditulis = 2^1

Hingga akhir jam ke-2 = 4 = 2 × 2 → ditulis = 2^2

Hingga akhir jam ke-3 = 8 = $\underbrace{2 \times 2 \times 2}_{\text{sebanyak 3 faktor}} \rightarrow \text{ditulis} = 2^3$

Selanjutnya, $\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2}_{\text{sebanyak } n \text{ faktor}} \text{ ditulis} = 2^n$

Waktu Pembelahan (jam ke-)	0 (Awal)	1	2	3	...
					
Banyak Ameba	1	2	4	8	...

A.

Bilangan Berpangkat Bulat

a

Pangkat bulat positif

Perhatikan definisi berikut.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{\text{sebanyak } n \text{ faktor}}$$

a disebut bilangan pokok perpangkatan dan n disebut pangkat (eksponen) dari a .

$$A^3 C^2 4^B = 9^3 + 5^B + 7^C$$
$$5^C = 54718,32.$$

b

Pangkat bulat negatif

Perhatikan definisi berikut.

$$a^0 = 1$$

dan

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

untuk $n \in$ bilangan bulat dan $a \neq 0$.



AYO UJI PEMAHAMANMU!

Untuk melatih kemampuanmu tentang
Bilangan Berpangkat Bulat, kerjakan Asesmen
Formatif halaman 8 dan 9



A.

Bilangan Berpangkat Bulat

2. Sifat-Sifat Perpangkatan Bilangan Bulat

a. Hasil kali dua bilangan berpangkat

Secara umum, berlaku:

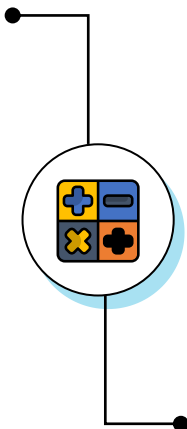
$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

b. Hasil bagi dua bilangan berpangkat

Secara umum, berlaku:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

untuk m dan $n \in$ bilangan bulat,
serta $a \neq 0$.



c. Perpangkatan dari hasil kali dua bilangan

Secara umum, berlaku:

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

atau

$$(ab)^n = a^n b^n$$

d. Perpangkatan dari bilangan berpangkat

Secara umum, berlaku:

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

untuk $a \neq 0$ dan $m, n \in$ bilangan asli.

2. Sifat-Sifat Perpangkatan Bilangan Bulat

e. Bentuk baku

Aturan dalam penulisan bentuk baku suatu bilangan, yaitu:

- 1) bilangan lebih dari 10

$$a \times 10^n$$

- 2) bilangan lebih dari 10

$$a \times 10^{-n}$$

dengan $1 \leq a < 10$ dan $n \in$ bilangan asli.



f. Bilangan pecahan berpangkat

Untuk a dan b bilangan bulat dan m bilangan bulat positif, berlaku:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

Untuk a dan b bilangan bulat dan n bilangan bulat negatif, berlaku:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$



AYO UJI PEMAHAMANMU!

Untuk melatih kemampuanmu
tentang Sifat-Sifat Perpangkatan
Bilangan Bulat, kerjakan Asesmen
Formatif halaman 20

B. Pangkat Rasional dan Bilangan Bentuk Akar

Pertanyaan Pematik

Perhatikan beberapa bilangan berpangkat berikut.

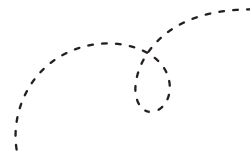
$$2^5$$

$$3^{\frac{1}{4}}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-n}$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}$$

- Bilangan berpangkat di atas memiliki bentuk pangkat yang berbeda. Ada pangkat yang berpangkat bilangan bulat dan ada juga yang berpangkat rasional. Coba kamu tuliskan kembali bilangan berpangkat yang memiliki pangkat berbentuk rasional.
- Bagaimana jika pangkat pada bilangan berpangkat berbentuk rasional? Berikan pendapatmu.



B. Pangkat Rasional dan Bilangan Bentuk Akar

1. Pangkat Rasional

Pangkat rasional adalah pangkat yang berupa bilangan pecahan, yaitu bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$, dengan a dan b bilangan bulat, serta $b \neq 0$.

Secara umum, berlaku:

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Contoh:

1. $5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2}$

2. $20^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{20^1} = \sqrt{20}$

$\sqrt[n]{a}$ adalah bilangan yang jika dipangkatkan dengan n akan menghasilkan a , yaitu:

$$(\sqrt[n]{a})^n = a$$

dengan $a > 0$ dan $n \in$ bilangan asli.



AYO UJI PEMAHAMANMU!

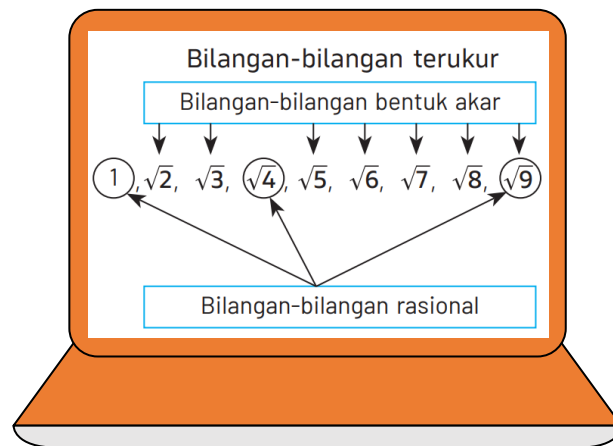
Untuk melatih kemampuanmu
tentang Pangkat Rasional,
kerjakan Asesmen Formatif
halaman 25 dan 26

B. Pangkat Rasional dan Bilangan Bentuk Akar

2. Bilangan Bentuk Akar

Bilangan bentuk akar adalah bilangan dalam tanda akar yang hasilnya bukan bilangan rasional. Sementara itu, bilangan terukur adalah bilangan pada garis bilangan yang dapat dilukis menggunakan penggaris dan jangka jika panjang satu satuannya diketahui.

Dari gambar di samping, tampak jelas bahwa bilangan terukur terdiri atas bilangan rasional dan bilangan bentuk akar, khususnya akar kuadrat atau akar pangkat dua.



B. Pangkat Rasional dan Bilangan Bentuk Akar

- Bilangan bentuk akar adalah bilangan-bilangan yang hasil penarikan akarnya bukan berupa bilangan rasional.
- Bilangan rasional didefinisikan sebagai bilangan yang dapat ditulis dalam bentuk: $\frac{a}{b}$, dengan syarat $a, b \in \text{bilangan bulat dan } b \neq 0$.

Perhatikan bilangan bentuk akar berikut.

$$\sqrt{2} = 1,414213562 \dots$$

$$\sqrt{3} = 1,732050808 \dots$$

Oleh karena angka-angka di belakang tanda koma tidak berupa desimal berulang, maka $\sqrt{2}$ dan $\sqrt{3}$ bukan bilangan rasional.

$$\sqrt{2,56} = 1,6 = \frac{16}{10} = \frac{8}{5}$$

$$\sqrt{0,49} = 0,7 = \frac{7}{10}$$

Oleh karena bilangan tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$, maka $\sqrt{2,56}$ dan $\sqrt{0,49}$ disebut bilangan rasional.

B. Pangkat Rasional dan Bilangan Bentuk Akar

Menyederhanakan bilangan bentuk akar

Menyederhanakan bilangan bentuk akar adalah menyatakan bilangan-bilangan bentuk akar ke dalam bentuk kelipatan atau faktor bulat dari bilangan bentuk akar lainnya yang lebih sederhana, di mana salah satu kelipatannya merupakan bilangan kuadrat sempurna.

Contoh:

$$\begin{aligned}\sqrt{98} &= \sqrt{49 \times 2} \\ &= \sqrt{49} \times \sqrt{2} \\ &= 7 \times \sqrt{2} = 7\sqrt{2}\end{aligned}$$

Jadi, bentuk sederhana dari $\sqrt{98}$ adalah $7\sqrt{2}$ sehingga estimasi dari $\sqrt{98} = 7\sqrt{2} = 7 \times 1,41 = 9,87 = 9,9$



B. Pangkat Rasional dan Bilangan Bentuk Akar

Operasi hitung bilangan bentuk akar

Secara umum, terdapat tiga jenis operasi hitung bilangan bentuk akar, yaitu:

Penjumlahan dan
Pengurangan
Bilangan Bentuk
Akar

$$\begin{aligned}a\sqrt{m} + b\sqrt{m} &= (a + b)\sqrt{m} \\ a\sqrt{m} - b\sqrt{m} &= (a - b)\sqrt{m}\end{aligned}$$

Perkalian dan
Pembagian
Bilangan Bentuk
Akar

$$\begin{aligned}a\sqrt{m} \times b\sqrt{n} &= (a \times b)\sqrt{m \times n} \\ \frac{a\sqrt{m}}{b\sqrt{n}} &= \frac{a}{b} \sqrt{\frac{m}{n}}\end{aligned}$$

dengan $b \neq 0$ dan $n \neq 0$

Perpangkatan
Bilangan
Bentuk Akar

$$(\sqrt{a})^m = \underbrace{(\sqrt{a}) \times (\sqrt{a}) \times \dots \times (\sqrt{a})}_{\text{sebanyak } m \text{ faktor}}$$





AYO UJI PEMAHAMANMU!

Untuk melatih kemampuanmu
tentang Bilangan Bentuk Akar,
kerjakan Asesmen Formatif
halaman 33

B. Pangkat Rasional dan Bilangan Bentuk Akar

Merasionalkan penyebut pecahan bentuk akar

Untuk merasionalkan penyebut pecahan pada pecahan bentuk akar, kalikan dengan pecahan yang sekawan dengan penyebutnya sehingga meskipun bentuk pecahannya berubah, tetapi nilai pecahan baru yang dihasilkannya tetap senilai dengan pecahan semula. Mengapa? Sebab sifat pecahan senilai adalah sebagai berikut.

Sifat Pecahan Senilai

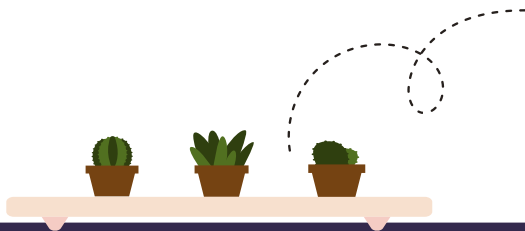
Suatu pecahan akan tetap senilai jika pembilang dan penyebutnya dikalikan atau dibagi dengan bilangan yang sama, asalkan pembagi atau pengalinya bukan bilangan nol.

B. Pangkat Rasional dan Bilangan Bentuk Akar

Untuk merasionalkan penyebutnya agar menjadi bilangan bulat, pembilang dan penyebut pecahan tersebut harus dikalikan dengan bilangan bentuk akar yang sekawan dengan bentuk akar penyebutnya.

Jika penyebutnya $\sqrt{2}$, bentuk akar sekawannya adalah dirinya sendiri, yakni $\sqrt{2}$. Jika penyebutnya $\sqrt{3}$, bentuk akar sekawannya adalah $\sqrt{3}$ sendiri, demikian seterusnya.

Selanjutnya, jika penyebutnya terdiri atas dua suku, misal $\sqrt{3} - \sqrt{2}$, bentuk akar sekawannya adalah $\sqrt{3} + \sqrt{2}$. Sementara itu, jika penyebutnya $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ bentuk akar sekawannya adalah $\sqrt{3} - \sqrt{2}$.



B. Pangkat Rasional dan Bilangan Bentuk Akar

Contoh Soal

$$\begin{aligned} 1. \quad \frac{1}{\sqrt{2}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{2} \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} 2. \quad \frac{4}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} &= \frac{4}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \\ &= \frac{4\sqrt{3}+4\sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2} \\ &= \frac{4\sqrt{3}+4\sqrt{2}}{3-2} \\ &= \frac{4\sqrt{3}+4\sqrt{2}}{1} \\ &= 4\sqrt{3}+4\sqrt{2} \end{aligned}$$

Pola penyelesaian dari beberapa contoh tersebut adalah dengan mengalikan pembilang dan penyebutnya dengan pecahan bernilai satu, di mana penyebutnya berbentuk akar yang sekawan dengan bentuk akar dari penyebut pecahan semula. Bentuk akar sekawan adalah bentuk akar pengali sehingga hasil kali antara keduanya (bentuk akar semula dan bentuk akar sekawannya) menjadi bilangan bulat.

B. Pangkat Rasional dan Bilangan Bentuk Akar

Cara umum merasionalkan penyebut pecahan bentuk akar

Secara umum, untuk merasionalkan penyebut pecahan bentuk akar, cara yang dilakukan adalah sebagai berikut.

1

Jika penyebut pecahannya adalah \sqrt{a} , kalikan pecahan dengan $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}}$

2

Jika penyebut pecahannya adalah $\sqrt{a} + \sqrt{b}$, kalikan pecahan dengan $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$

3

Jika penyebut pecahannya adalah $\sqrt{a} - \sqrt{b}$, kalikan pecahan dengan $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$



AYO UJI PEMAHAMANMU!

Untuk melatih kemampuanmu tentang
Merasionalkan Penyebut Pecahan
Bentuk Akar, kerjakan Asesmen Formatif
halaman 40 dan 41



**Terima
Kasih**

